



**Karolinska
Institutet**

Institutionen för klinisk vetenskap,
intervention och teknik, CLINTEC
Enheten för logopedi
Logopedprogrammet
Examensarbete i logopedi

Testbatteri för bedömning av matematiksvårigheter hos elever i högstadiet: en undersökning av validitet

Darja Gurnitskaja
Sofia Lomborn

Examensarbete i logopedi,
30 högskolepoäng
Vårterminen 2015

Handledare
Per Östberg
Ulf Träff

Testbatteri för bedömning av matematiksvårigheter hos elever i högstadiet: en undersökning av validitet

Darja Gurnitskaja
Sofia Lomborn

Sammanfattning. Dyskalkyli är en medfödd svårighet för räkning och basal antalsuppfattning trots normal begåvning. Det saknas validerade bedömningsinstrument för dyskalkyli i Sverige. Syftet med detta arbete var därför att validera ett testbatteri för matematiksvårigheter för elever i årskurs 7-9. 111 deltagare från två skolor testades gällande visuo-spatial förmåga, verbalt arbetsminne, symbolisk och icke-symbolisk antalsuppfattning, aritmetisk framplockning samt visuell siffermatchningsförmåga. En explorativ faktoranalys indikerade tre faktorer närmast motsvarande numerisk förmåga, automatiserad benämningsförmåga och komplex kognitiv/verbal förmåga. Deltagarens estimerade matematikbetyg predicerades signifikant av aritmetisk framplockningsförmåga, verbalt arbetsminne och icke-verbal slutledningsförmåga. Detta tyder på att testbatteriet har god konstrukt- och predikativ validitet.

Test battery for assessment of mathematical difficulties among 7-9 graders: a study of construct validity

Darja Gurnitskaja
Sofia Lomborn

Abstract. Dyscalculia is described as a congenital difficulty in counting and basic number processing despite normal intellect. Currently, there are none validated instruments to assess dyscalculia in Sweden. The purpose of this essay is to validate a test battery for Swedish 7-9 graders and determine whether any tests used in this study could predict their mathematical achievement. 112 students from two schools participated. The test battery assessed visuo-spatial ability, verbal working memory, symbolic and non-symbolic number comparison, arithmetic fluency and number matching ability tasks. To assess the validity Rapid Automated Naming/Rapid Alternating Stimulus Test, phonological awareness, verbal fluency, non-verbal reasoning ability and a percent task were used. The results from an explorative factor analysis showed to be significant between the numeric tests included in the test battery. Furthermore tests assessing working memory, non-verbal reasoning and arithmetic fluency were found to predict mathematical achievement. The test battery as a whole was found to be valid.

Siffror genomsyrar vårt dagliga liv och numerisk kunskap börjar utvecklas tidigt. Barn uppmärksammar hur vuxna använder siffror för att mäta, räkna pengar, beskriva tid och datum. De ser siffersymboler i affärer, i tidningar och på TV. Snart börjar barnet själv räkna fingrar och tår, leksaker och snäckor på stranden. Redan då inhämtas numerisk kunskap genom att utsättas för siffror och räknande, en kunskap som en människa i det moderna samhället har svårt att klara sig utan.

Djur såsom primater och spädbarn har vid födseln en ungefärlig antalsuppfattning. Redan fem månader gamla barn vet att 1+1 blir 2 och inte 3 eller 1 (Dehaene, 1997). När barnet sedan utvecklar ett språk blir antalsuppfattningen allt mer exakt ju fler räkneord som förvärvas och dessa kopplas sedan ihop med siffersymboler, som representerar antal (Dehaene 1997; Pica, Lemer, Izard & Dehaene, 2004; Spelke & Tsivkin, 2001). En bristande förståelse för siffrors betydelse är ett hinder för utveckling av snabb och effektiv räkning och blir snabbt en märkbar begränsning (Bottge, 2001; Floyd, Evans & McGrew, 2003). Räknesvårigheter innebär problem med de fyra grundläggande räknesätten, vilket påverkar matematisk inlärningsförmåga. Räknesvårigheter kan ha många olika orsaker och förekommer vanligen tillsammans med exempelvis ADHD och dyslexi, då exekutiva funktioner såsom arbetsminnet och koncentrationsförmågan också är påverkade (Geary, 2011; Landerl, Fussenegger, Moll & Willburger, 2009; Willburger, Fusseneeger, Moll, Wood & Landerl 2009). Räknesvårigheter kan även vara en specifik svårighet utan att någon annan förmåga är nedsatt och kallas då dyskalkyli. Diagnosen finns beskriven i Diagnostic and Statistic Manual of Mental Disorders, DSM-5 under diagnosförteckning *Dyscalculia (A14)* samt i ICD-10 (WHO 1994) och benämns där som *specifik räknesvårighet (F81.2)*. Dyskalkyli innebär en medfödd svårighet med räknande och basal antalsuppfattning trots normal begåvning och överensstämmer inte med personens utbildningsgrad. Nedsättningen har även en betydande påverkan på individens vardagsliv (Roussell & Noel, 2007; Skagerlund & Träff, 2014) samt akademiska meriter och förmåga att klara vardagsaktiviteter som att betala räkningar eller banklån (Bottge, 2001; Floyd et al., 2003).

Hjärnabbildningsstudier har visat aktivering i sulcus intraparietalis (IPS) under icke-symboliska uppgifter medan både IPS, gyrus angularis (Price & Asnari, 2011) och gyrus frontalis inferior aktiveras vid symbolisk beräkning (Nieder, 2009). Det är därför tänkbart den icke-symboliska antalsuppfattningen utgör en stödjande process vid symboliska räkneuppgifter. Dessa områden är även involverade vid andra kognitiva processer, till exempel vid olika typer av uppmärksamhetskrävande uppgifter (Henik, Rubinsten & Ashkenazi, 2011).

Prevalens för dyskalkyli anses vara mellan 3,5-7 % (Andersson & Östergren, 2012; Shalev & Gross-Tsur, 2001; Skagerlund & Träff, 2014) vilket är lika högt som för dyslexi. Trots detta har det inte bedrivits lika mycket forskning kring dyskalkyli. Det saknas också standardiserade och normerade test i Sverige för att utreda dyskalkyli/specifika räknesvårigheter.

För att förstå dyskalkyli är det viktigt att förstå hur den matematiska förmågan utvecklas. "The number sense hypothesis"-teorin bygger på att människor har en medfödd förmåga för ungefärlig antalsuppskattning som utgörs av systemen ANS (*approximate number system*) och OTS (*object tracking system*). ANS skapar en inre icke-symbolisk antalsrepresentation genom en mental antalslinje, som gör det möjligt att skapa sig en uppfattning om mängd

hos fysiska objekt även utan matematikundervisning. Tallinjen är initialt logaritmisk, men blir alltmer linjär med ökande erfarenhet (Feigenson et al., 2004; Rousselle & Noel, 2007; Siegler & Opfer, 2003). När ett barn lär sig siffror knyts de till den redan existerande tallinjen och gör den allt mer exakt. Siffersymbolerna ordnas från vänster till höger - med de låga siffersymbolerna till vänster och de höga till höger. Det gör att siffersymbolen och mängden den representerar associeras med en bestämd plats på den inre antalslinjen och detta gör att siffersymbolen blir spatialt kodad.

OTS är ett visuo-spatialt uppmärksamhetsbaserat system som kan exakt beräkna ett litet antal (3-4) objekt och är nära knutet till språklig förmåga och tillägnet av räkneord.

Det antas att förmågan att representera mängder med hjälp av siffersymboler eller räkneord utvecklas genom att det numeriska symbolsystemet integreras mellan ANS och OTS. Detta utgör grunden för att en fungerande symbolisk sifferuppfattning skapas (Andersson & Östergren, 2012; Skagerlund & Träff, 2014a;b; Wilson & Dehaene, 2007). En korrekt utvecklad och linjär mental tallinje utgör tillsammans med den medfödda antalsuppfattningsförmågan en viktig bas för att ett barn ska kunna ta till sig grundläggande matematisk förmåga, såsom aritmetisk förmåga (Booth & Siegler, 2008; Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004; Inglis et al., 2011; Piazza, 2010; Siegler & Ramani, 2009).

Personer med dyskalkyli har enligt denna teori nedsättningar i ANS och/eller OTS. Nedsättningen resulterar i en inadekvat representation av den mentala antalslinjen till följd av svårigheter med den icke-symboliska antalsuppfattningen. Detta medför att även den symboliska antalsuppfattningen är påverkad (Anderson och Östergren, 2012; Iuculano, Tang, Hall & Butterworth, 2008; Landerl & Kölle, 2009; Rousselle & Noel, 2007; Skagerlund & Träff, 2014a;b;).

“*Access deficit*”-teorin menar istället att dyskalkyli beror på svårigheter att inhämta numerisk information från räkneord och siffersymboler och koppla siffersymbolen till en befintlig inre mängdrepresentation på tallinjen (Rousselle & Noël, 2007). Personen med dyskalkyli kommer däremot prestera lika bra som typiskt utvecklade barn på icke-symboliska uppgifter, då den medfödda ungefärliga antalsuppskattningen är intakt (Castro Cañizares, Reigosa Crespo & Gonzáles Alemañy, 2012; De Smedt & Gilmore, 2011; Rousselle & Noel, 2007).

Vissa menar att det kan finnas olika former av dyskalkyli vilket både skulle stödja ”number sense hypothesis”- samt “Access deficit”-teorin (Bartelet et al., 2014). I detta examensarbete kommer både den symboliska och den icke-symboliska antalsuppfattningen att testas, då dessa förmågor kan utgöra en viktig differentialdiagnostiserande faktor för olika typer av dyskalkyli.

Trots att både den icke-symboliska och den symboliska antalsuppfattningen utgör en viktig bas för den grundläggande matematiska förmågan anses kognitiva funktioner såsom arbetsminne, spatial kognition och lingvistiska förmågor också ha en betydande roll (Butterworth, 2005).

Arbetsminnet utgör en av de centrala delarna för utveckling av matematisk förmåga (Passolunghi & Siegel, 2004; Bull & Scerif, 2001). Enligt Baddeley och Hitch (1974) består arbetsminnet av tre delar: den fonologiska loopen som bearbetar auditiv information och utgör det verbala arbetsminnet, det visuo-spatiala skissblocket som hanterar visuell information samt har en koppling till spatial förmåga, samt det episodiska korttidsminnet.

Det har framkommit att den fonologiska loopen utgör en direktlänk för att stödja beräkningsprocessen (McLean & Hitch, 1999; Passolunghi, Cornoldi & De Liberto, 1999; Passolunghi & Siegel, 2004; Swanson & Sachse-Lee, 2001). Automatiseringen av räkneförmågan, exempelvis multiplikationstabellen, kräver att informationen som ska beräknas hålls kvar i det verbala arbetsminnet under tiden beräkningen sker för att varaktiga associationer ska kunna byggas upp och föras över till långtidsminnet (Bartelet, Ansari, Vaessen & Blomert, 2014; Geary, 1993). Arbetsminnet är ett aktivt lagringssystem där information manipuleras och omvandlas (Engle, 2002) och har kopplats till matematisk förmåga (Bull et al., 2008; Passolunghi & Siegel, 2004; Van Daal et al., 2012; Van der Ven et al., 2011; Van der Sluis, De Jong, Van der Leij, 2007). Då arbetsminnet är en begränsad resurs är det viktigt att kunna förhindra irrelevant information från att ta upp utrymme (Bull, Espy & Wiebe, 2008; Kamhi & Catts, 2012; Passolunghi & Siegel, 2004; Van Daal, Van Der Leij & Adér, 2012; Van der Ven, Kroesbergen, Boom & Leseman, 2011). Vissa menar att arbetsminneskapaciteten inte handlar om hur stor mängd information man kan lagra, utan snarare om att kontrollera uppmärksamheten och att aktivt behålla information som lagrats i minnet. Relationen mellan domän-specifikt arbetsminne och matematisk förmåga har undersökts i ett flertal studier. Domän-specifikt arbetsminne delas upp i två kategorier: verbalt och visuo-spatialt arbetsminne (Passolunghi & Siegel, 2004; Wilson & Swanson, 2001). Samband mellan aritmetisk kunskap har kunnat påvisas inom båda domänerna dock ej i alla studier (Fletcher, 1985; Hitch & McAuley, 1991). Svaga matematikutövare har även svårt att förhindra irrelevant information från att ta utrymme i arbetsminnet i uppgifter med så kallade ”intrusion errors” (Bjorklund & Harnisfefer, 1990; Chiappe, Hasher & Siegel, 2000; Passolunghi & Siegel, 2004).

Visuo-spatial förmåga sägs också vara viktig för matematisk förmåga då hypotesen är att siffersymboler är spatialt kodade, såsom framhölls ovan i avsnittet om ”The number sense-hypothesis” (t.ex Dehaene, 1992). Rourke (1993) visade att barn som hade svårt med aritmetik presterade signifikant sämre i tester som innefattade visuo-spatial förmåga. Simmons, Singelton och Horne (2008) fann att det visuo-spatiala skissblocket, samt fonologisk medvetenhet kunde förutsäga 5-åringars aritmetiska förmåga. Enligt Rasmussen och Bisanz (2005) tänker barn som ännu inte lärt sig att använda siffersymboler vid räkning på antal som grupp av föremål, vars antal förändras genom att lägga till eller dra ifrån fler eller färre objekt, och på så vis är antalsuppfattningen vid yngre åldrar knuten till den spatiala förmågan. Senare, när barnen tillägnar sig siffersymboler i början av sin skoltid, blir antalsuppfattningen istället fonologiskt kodad och hålls i den fonologiska delen av arbetsminnet. Förskolebarns aritmetiska förmåga korrelerar därför starkt med den visuo-spatiala förmågan. Den korrelationen blir allt svagare i takt med att barnet tillägnar sig siffersymboler och den aritmetiska förmågan blir på så vis istället starkare korrelerad med den fonologiska förmågan. Dock har den visuo-spatiala förmågan en koppling till grundläggande matematisk förmåga även i högre åldrar såsom aritmetik och antalsuppfattning (Deahane, 1997; Rouselle & Noel, 2007).

Fonologisk förmåga är en typ av en metalingvistisk medvetenhet och syftar på förmågan att kunna reflektera över och manipulera språkets form (Hogan, Catts & Little, 2005; Kamhi & Catts, 2012). De Smedt, Taylor, Archibald och Ansari (2010) visade att det finns ett samband mellan fonologisk förmåga och automatiserade matematiska uppgifter vars svar hämtas ur långtidsminnet (exempelvis $2+3$ eller 5×6) men däremot inte för procedurrell

matematisk problemlösning som, exempelvis, vid geometrisk problemlösning och procenträkning. Även Lopes-Silva, Moura, Júlio-Costa, Haase och Wood (2014) fann en länk mellan fonologisk förmåga och uppfattningen av siffersekvenser samt annan automatiserad aritmetisk kunskap. Landerl et al. (2009) visade däremot att barn med dyslexi hade signifikant lägre fonologisk medvetenhet än barn med dyskalkyli som uppvisade signifikant lägre resultat på aritmetiska uppgifter. Däremot visade barn med både dyslexi och dyskalkyli både nedsatt fonologisk och aritmetisk kunskap. Därför drogs slutsatsen att fonologisk förmåga inte har någon inverkan på aritmetisk kunskap (Passolunghi, Vercelloni & Schadee, 2007; Rubinsten och Henik, 2006).

En omstridd fråga är huruvida det finns ett samband mellan intelligens och matematisk förmåga. Intelligens, eller IQ, mäts som regel genom standardiserade verbala och icke-verbala tester (Neisser et al., 1996). Icke-verbal intelligens är förmågan att kunna dra slutsatser samt lösa problem som inte kläds i ord (Neisser et al., 1996). Det är svårt att förutsäga vilken relation matematisk förmåga och icke-verbal slutledningsförmåga har, då dyskalkyli inte är bunden till en viss kognitiv profil när det gäller icke-verbal intelligens (Bartelet et al., 2014). Passolunghi et al. (2007) menar att även om intelligens kan ha en viss påverkan på matematisk förmåga finns det inget klart samband mellan dessa. Hög icke-verbal intelligens kan ha en positiv inverkan på matematisk inläring, men andra faktorer såsom viljan att studera har en betydande inverkan på personen prestation (Halbedra et al., 2008; Neisser et al., 1996; Seegers & Boekaerts, 1993). I detta examensarbete kommer det icke-verbala testet Visuella Analogier att användas som ett av de externa testen för att kontrollera för eventuella samband mellan icke-verbal intelligens och grundläggande matematisk förmåga.

Valideringsstudier behövs för att utveckla den kliniska verksamheten och ge tillgång till mer tillförlitliga instrument för diagnostisering. Validitet kan definieras som ett mått på hur sanningsenlig en mätmetod är och ger svar på om en metod mäter det den avser att mäta (Schiavetti, Metz, Orlikoff, 2011). Validitet ger ett mått på huruvida testen i testbatteriet för bedömning av matematiksvårigheter hos elever i högstadiet, hädanefter benämnt som testbatteriet, mäter det de avser att mäta och i detta examensarbete kommer validitesbegreppet prövas ur olika perspektiv. Konstruktvaliditet kommer att testas genom att mäta grad av samband hos testen i testbatteriet. Andra externa test bedöms delvis kunna bidra med divergent validitet, då renodlade språktest och snabb automatiserad benämning kommer att testas. Kriterie- och predikativ validitet kommer att testas baserat på deltagarens estimerade matematikbetyg samt en egenkonstruerad procentuppgift.

De test som valdes var delar ur RAN/RAS (*Rapid Automated Naming/Rapid Alternating Stimulus Test*), Maria Paulins test för fonologisk medvetenhet, verbalt ordflödestest (*s- och djurflöde*), samt Visuella analogier ur Illinois Test of Psycholinguistic Abilities (ITPA-3), som hädanefter kommer benämnas som Externa test.

RAN/RAS testar snabb automatiserad benämningsförmåga, det vill säga, förmågan att snabbt benämna stimuli i form av symboler, färger, bokstäver och siffror (Temple & Sherwood, 2002; Träff & Skagerlund, 2014). Trots enkelt utförande är RAN/RAS en komplex kognitiv uppgift som kräver samordning mellan ett antal kognitiva processer (Wolf et al., 2002). Denckla och Rudel (1976) visade att barn med inläringssvårigheter har en allmänt sämre prestation på RAN/RAS än normalpresterande barn i samma ålder och därför ansågs det att RAN/RAS-uppgifter med fördel kunde användas för utreda olika typer

av inlärningssvårigheter, till exempel dyslexi. Flera studier (Geary et al., 2007; Temple & Sherwood, 2002; Wolf et al., 2002) påvisade att RAN/RAS kan vara en viktig klinisk markör för inlärningssvårigheter och kanske även för dyskalkyli, men kritiker menar att dessa studier inte kontrollerat för samtidiga läs- och skrivsvårigheter (Shalev & Gross-Tsur, 2001; Willburger et al., 2008). Kritiken stöds av andra författare, då det är känt att resultaten på RAN/RAS är signifikant lägre hos personer med dyslexi (Georgiou et al., 2013; Landerl et al., 2009; Van der Sluis et al., 2003; Willburger et al., 2008). Vid dyskalkyli har det inte kunnat påvisas något signifikant samband mellan prestationen på RAN/RAS test och de test som testar matematisk förmåga (Georgiou et al., 2013; Landerl et al., 2009; Van der Sluis et al., 2003; Willburger et al., 2008) varför dessa test kan antas visa divergent validitet i detta arbete.

Ordflödestest mäter förmågan att producera ord som börjar på ett visst ljud eller inom en viss semantisk kategori under begränsad tid. Det förekommer två typer av ordflödestest: fonologiskt och semantiskt ordflöde, som delvis testar olika kognitiva processer. Fonologiskt ordflöde testar förmågan att effektivt initiera en sökprocess utifrån ett givet ljud, samt förmågan att byta mellan sökstrategier, medan testning av semantiskt ordflöde främst mäter den semantiska minneskapaciteten (Kosmidis et al. 2004). Ett fåtal studier har undersökt sambandet mellan verbal ordflödesförmåga och matematisk förmåga, men samband har inte påvisats (Andersson & Östergren, 2012; Landerl et al., 2009) vilket därför skulle kunna bidra med divergent validitet.

Flera studier pekar på ett signifikant samband mellan resultaten på symboliska och icke-symboliska uppgifter och barnets uppskattade matematiska prestation (Brankaer, Ghesquiére & De Smedt, 2014; Nosworthy Budgen, Archibald, Evans & Ansari, 2013), medan faktorer såsom kön, ålder eller kognitiva förmågor inte uppvisade något sådant samband (De Smedt, Verschaffel & Ghesquiére, 2009). Inglis, Attridge, Batchelor och Gilmore (2011) menar dock att ett sådant predicerat samband endast kan ses hos barn. Hos vuxna har nämligen andra faktorer såsom arbetsminneskapacitet, val av stödstrategier och logisk slutledningsförmåga en större påverkan på prestation på matematiska uppgifter än ANS-systemets exakthet.

Trots att dyskalkyli antas ha lika hög prevalens som dyslexi (Butterworth, Varma & Laurillard, 2011; Gabrieli, 2009; Shalev, 2007; Skagerlund & Träff, 2014) och att komorbiditet är vanligt (Butterworth et al., 2011) finns det relativt lite forskning om testmetodik vid dyskalkyli. I Sverige har ett datorbaserat instrument, "*Dyscalculia Screener*" normerats för årskurs 5 och 6 (Taavola & Sahlberg, 2009). De test som redan används för elever i högstadiet är varken normerade eller validerade.

Syftet med föreliggande examensarbete var att validera ett testbatteri som mäter grundläggande symboliska och icke-symboliska, aritmetiska, och visuo-spatiala förmågor samt verbalt arbetsminne. Deltest som provades ut från testbatteriet för matematiksvårigheter var följande: Visuell siffermatchning, Komplex ordrepetition (verbalt arbetsminne), Mental rotation (visuo-spatial förmåga), Panamath (icke-symbolisk antalsuppfattning), Direkt framplockning av aritmetisk fakta samt Digit comparison (symbolisk antalsuppfattning). Dessa deltest har uppvisat tillfredsställande reliabilitet i tidigare studier (Andersson & Östergren, 2012; Skagerlund & Träff, 2014a, b) och bygger på liknande uppgifter som uppnått liknande resultat (eg. Halberda, Mazzocco & Feigenson, 2008; Lander et al., 2009; Neuburger et al., 2011; Vanderberg & Kuse, 1978). Externa

tester som utprövades för divergent validitet var RAN/RAS, Paulin, FAS (s- och djurflöde), Visuella analogier samt en egenkonstruerad Procentuppgift. Procentuppgiften är ett externt test som användes för att undersöka prediktiv validitet då procenträkning kräver proceduralt tänkande och därför inte involverar framplockning av automatiserad kunskap (De Smedt et al. 2010) och är en av de typer av uppgifter som är betygsgrundande i högstadiet.

Valideringen genomfördes på svenska barn i åk 7-9 i utvalda skolor runt om i Sverige. Studien avsåg att besvara följande frågeställning:

1) Korrelerar de deltest som ingår i testbatteriet inbördes och bidrar därmed till konstruktvaliditet?

2) Korrelerar resultaten mellan testbatteriet och icke-verbal logisk slutledningsförmåga (ITPA-3, deltest Visuella Analogier), automatiserad snabb benämningsförmåga (RAN/RAS) eller ordflödes- (FAS) och fonologisk förmåga (Maria Paulins test för fonologisk medvetenhet) och bidrar därmed till konvergent respektive divergent validitet?

3) Kan elevens aktuella betyg i matematik och prestation på procentuppgiften förutsägas utifrån resultat på batteriets test av numeriska och kognitiva förmågor och därmed bidra till kriterie- och prediktiv validitet?

Metod

Deltagare

Totalt kontaktades 16 skolor runtom i Sverige och 2 skolor valde att delta i studien, en i Stockholms (N=81) och en i Gotlands län (N=33). Detta gjordes i ett gemensamt datainsamlingsprojekt tillsammans med Pettersson och Svensson (2015). Dessa kommuner stämmer överens med rikssnittet gällande socio-ekonomisk status på ett tillfredsställande sätt. De skolor som kontaktades motsvarade rikssnittet gällande genomsnittligt meritvärde, antal elever som går ut med godkänt betyg inom matematik och andel elever i procent som uppnår kunskapskrav i alla ämnen (se tabell 1). Deltagarna rekryterades efter följande inklusionskriterier: eleven var 13-16 år gammal och gick i högstadiet. Eleven hade haft en närvarofrekvens på minst 75 % på matematikundervisningen, samt normal eller korrigerad-till-normal syn och hörsel, samt ha slutfört hela föreliggande testningsprocedur. Exklusionskriteriet var att deltagaren ej skulle ha diagnostiserad dyskalkyli.

I det gemensamma datainsamlingsprojektet deltog totalt 111 deltagare (flickor N=69, pojkar N=42), se tabell 2, efter att totalt sex deltagare föll bort: tre deltagare kom inte till testningstillfället, en deltagare hade diagnostiserad dyskalkyli och två deltagare exkluderades på grund av ett ofullständigt dataset.

Enligt en enkät som delades ut till samtliga deltagare uppgav 5 av de 111 deltagarna dyslexi, och en deltagare – språkstörning.

Tabell 1. Lista över deltagande skolor enligt urvalskriterierna. Uppgifterna är hämtade från Skolverkets statistik över resultaten i årskurs 9 via Statistikportalen SIRIS läsåret 2013/2014.

Skolor	Genomsnittligt meritvärde	Andel (%) med betyg A-E i matematik	Andel (%) som uppnått kunskapskrav i alla ämnen
Skola 1 (Stockholms län)	204,0	93,6	51,3
Skola 2 (Gotlands län)	221,6	94,9	81,2
Rikssnittet	214,8	90,7	77,4

Av de 111 deltagarna godkände 76 deltagare att låta författarna ta del av deras estimerade matematikbetyg (se tabell 3). Samtliga 111 deltagares resultat användes i faktoranalysen och regressionsanalys 2, med procentuppgiften som beroende variabel. Endast de 76 deltagare som gav sitt medgivande till att ge ut det estimerade matematikbetyget används i regressionsanalys 1, med betyg som beroende variabel.

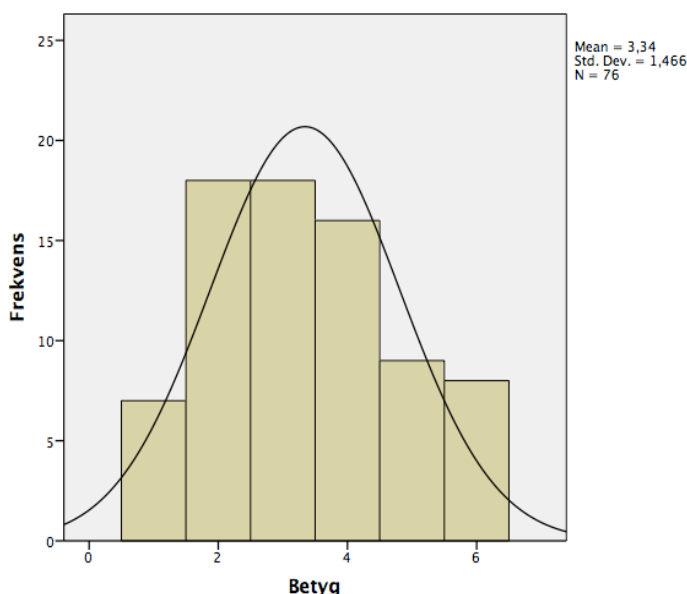
Tabell 2. Deskriptiv statistik för de 111 deltagare som deltog i studien.

Årskurs	N (=111)	Kön (f/m)	Medelålder	SD Ålder
7	40	24/16	13,61	0,562
8	37	24/13	14,66	0,673
9	34	21/13	15,65	0,422

Betygen för de 76 deltagarna som fullföljde testningen redovisas i figur 1. För att kunna användas vid statistiska analyser kodades betygen om till en sexgradig sifferskala där A=6 och F=1. Deras betyg kunde ses överensstämma med normalfördelningen.

Tabell 3. Deskriptiv statistik för de 76 deltagare som gav sitt medgivande till att delge estimerat matematikbetyg samt fullföljde testningen.

Årskurs	N (=76)	Kön (f/m)	Medelålder	SD (Ålder)
7	31	19/12	13,60	0,586
8	28	16/12	14,16	0,734
9	17	8/9	15,50	0,268



Figur 1. Betygsfördelning hos de 76 deltagarna enligt betygsskala A-F, där 1=F, 2=E, 3=D, 4=C, 5=B och 6=A.

Tillvägagångssätt

Testningen tog totalt cirka 60 minuter inklusive paus vid behov och utfördes under en session. Deltagarna utförde totalt 11 tester i följande ordning: Visuell siffermatchning, Komplex ordrepetition, Mental rotation, RAN/RAS, Panamath, Paulin, Direkt framplockning av aritmetisk fakta, Digit comparison, FAS, Visuella analogier, Procentuppgift. Testledarna var fyra logopedstudenter, varav två var författarna till föreliggande examensarbete, som samtränat innan testningen tillsammans med handledare för att kontrollera att all testning skedde enligt korrekta angivelser. Instruktioner gavs muntligen av testledaren och en träningsuppgift utfördes innan varje test. Både penna-pappertest samt datorbaserade test utfördes, de sistnämnda med en laptop med programmet SuperLab PRO 4.0 samt programmet Panamath version 1.21. All testning skedde individuellt i ett rum på respektive skola under skoltid. Deltagarna som slutförde hela testningsproceduren fick ett presentkort på en biobiljett. I samband med att rektorn godkände studien skickades två frågeformulär/enkäter ut - en till matematiklärarna och en till eleven och dess målsman. Dessa enkäter var primärt till för att förklara eventuella statistiska outliers. I enkäten ställdes följande frågor: 1) Tycker du att du uppnår lärandemål i matematik? 2) Vad tycker du kan vara lite svårt i matten? 3) Hur många timmar lägger du ner på matteläxor? 4) Får du extern matematikundervisning t.ex. läxhjälp? Om ja - hur ofta? 5) Hur fungerar det att koncentrera sig på lektionerna i skolan? Hur fungerar det att koncentrera sig på läxorna hemma? 6) Tycker du att matte är roligt? 7) Har någon i din släkt dyskalkyli eller läs- och skrivsvårigheter? 8) Finns det något annat ämne i skolan som kan vara svårt? 9) Har du haft kontakt med logoped? Om ja - ange orsak. Denna enkät användes för att utesluta deltagare med diagnostiserad dyskalkyli. Frågor om elevens

koncentration ställdes för att stärka intern validitet hos testbatteriet och kontrollera eventuell bakomliggande faktorer i deltagarens prestation.

I enkäten som skickades ut till rektor/matematiklärare ställdes följande frågor: 1) Anser du dig ha tillräckligt med underlag för att eleven ska få ett slutbetyg i matte? 2) Är det något/några områden i matematik som är särskilt svåra för eleven? Detta graderades i skalan: inga svårigheter, vissa svårigheter eller stora svårigheter. 3) I dagsläget – vilket betyg ligger eleven på från A-F?. Under denna punkt påminde vi även läraren om att svaret kommer att behandlas anonymt samt att det inte på något sätt är bindande eller slutgiltigt. 4) Har eleven varit närvarande minst 75 % av matematiklektionerna detta läsår? Huvudsyftet med enkäten var således att ta del av det estimerade matematikbetyget. De inspelningar under testningen av snabb aritmetisk framplockning samt FAS som gjordes på testledarnas mobiltelefoner/laptop kodades och kunde därför inte knytas till någon specifik deltagare. Dessa raderades efter testperiodens slut.

Material

Testbatteriet

Visuell siffermatchning. Deltest där deltagaren så snabbt som möjligt fick hitta två likadana siffror bland totalt sju siffror på en vågrät rad. Uppgiften innehöll totalt femton rader. Varje rad innehöll slumpmässigt utvalda siffror. Testet prövade deltagarens förmåga att snabbt avläsa siffror samt öga-handkoordination då skillnader hos personer diagnosticerade med dyskalkyli påträffats (Rourke, 1993). De mått som togs ut är antal rätt rader samt hur lång tid (i sekunder) det tog för deltagaren att lösa uppgiften. Deltagaren fick som högst 90 sekunder på sig.

Mental rotation. Ett papper- och pennatest som bestod av 16 uppgifter samt 4 övningsuppgifter. Deltagaren fick se en bokstav till vänster och sedan samma bokstav till höger i 4 olika uppsättningar som var roterade i 45, 90, 125, 225, 270 eller 315° vinkel. Deltagarens uppgift var att hitta två identiska bokstäver som den till vänster, de andra två var spegelvända. Totalt innehöll testet 16 olika bokstäver. Deltagarens visuo-spatiala förmåga testas i detta deltest (Neuburger et al. 2011; Skagerlund & Träff, 2014 a; Vanderberg & Kuse, 1978). Kvotmått användes, det vill säga antal rätt lösta uppgifter delat på tid (i sekunder). Deltagarna fick göra detta så snabbt som möjligt men fick högst 120 sekunder).

Komplex ordrepetition (verbalt arbetsminne med "intrusion errors"). Detta deltest undersökte huruvida deltagarna kunde hämma irrelevant stimuli från att ta utrymme i arbetsminnet genom en verbal arbetsminnesuppgift. Dessa så kallade "intrusion errors" stör deltagaren från att lagra de aktuella ord som deltagaren ska komma ihåg (Andersson & Östergren, 2012). Uppgiften var att återge ord som sades av testledaren. Deltagaren svarade först på frågan om ordet som testledaren sa var ett djur eller inte genom att svara ja/nej. Därefter skulle deltagaren även komma ihåg vilka ord som sades samt säga orden i rätt ordningsföljd. Deltagaren fick börja med att återge 2 ord i rad och fick som mest återge 7 ord i rad (nivå 7). Varje block innehöll nivåer med 2 listor (exempelvis lista 3a och 3b) och varje nivå innehöll olika många ord (exempelvis nivå 2 innehöll 2 ord, nivå 3 innehöll 3 ord osv). Om deltagaren gjorde fel i båda listorna i samma block avbröts testningen. Alla gjorde dock till nivå 4. De mått som togs ut var antal rätt block (deltagaren fick 0,5 poäng extra

om både lista a och b var korrekt i samma block). Testet bygger på likande uppgifter som använts i andra studier (Andersson & Östergren, 2012; Passolunghi & Siegel, 2004; Skagerlund & Träff, 2014b).

Panamath (icke-symbolisk antalsjämförelse). Datorbaserat test där deltagaren snabbt fick avgöra på vilken sida det visades flest gula eller blå prickar på datorskärmen i olika storlekar under 5 minuter. De gula prickarna visades alltid på vänster sida och de blå på höger sida. I hälften av uppgifterna var prickarna lika stora medan resten presenterade prickar i olika storlekar vilket kontrollerade att uppgiften testade numerisk kunskap (Skagerlund & Träff, 2014). Deltagarna svarade genom att trycka på tangenten "F" om det var på vänster sida och "J" om det var på höger sida. Prickarna visades på skärmen i 200 ms. Detta testar icke-symbolisk antalsuppfattning och precisionen hos den inre antalslinjen (Skagerlund & Träff, 2014). De mått som beräknades var deltagarens Weber fraction (w) (t.ex Skagerlund & Träff, 2014a; Halberda et al., 2008; Bramkaer et al., 2014; De Schmedt et al., 2009; Pica et. al., 2004), samt genomsnittlig responstid (i millisekunder).

Direkt framplockning av aritmetisk fakta (arithmetic fluency). Ett datorbaserat test där deltagaren fick totalt 12×3 (12 addition, 12 subtraktion och 12 multiplikation) aritmetiska uppgifter att lösa så snabbt som möjligt. Uppgifterna visades mitt på datorskärmen och deltagarna sa svaret högt så fort de kunde och de ombads att inte räkna ut talet utan svara så snabbt de kunde med så få fel som möjligt. När deltagaren gav sitt svar tryckte testledaren på en förutbestämd tangent på tangentbordet och ett kryss (+) visades på skärmen där sedan nästa tal visades. För att kontrollera att den automatiserade kunskapen var det som mättes togs rätta svar bort om responstiden översteg 3000 millisekunder (mailkorrespondens, 150316, U. Träff).

Digit comparison - ensiffriga och tvåsiffriga tal (symbolisk matematisk uppgift). Ett datorbaserat test där två tal horisontellt och simultant visades på datorskärmen och där deltagaren så snabbt som möjligt skulle avgöra vilket av talen som var störst, det vill säga, hade högst värde. Om de ansåg att talet till vänster var störst fick de trycka "A" och om de ansåg att talet till höger var störst fick de trycka "*". Först fick deltagaren göra 5 övningsuppgifter och därefter 32 uppgifter. Första 32 uppgifterna bestod av ensiffriga tal mellan 1-9 som visades i två distanser: 1 (t.ex. 1-2, 2-3, 3-4, 4-5, 5-6, 6-7, 7-8, 8-9) och 4-5 (1-6, 2-7, 3-8, 4-9, 1-5, 2-6, 3-7, 4-8). Dessa distanser presenterades slumpmässigt och två gånger var (1-2 och 2-1). Därefter fick deltagaren göra 5 övningsuppgifter samt 32 uppgifter på samma sätt med tvåsiffriga tal med distansen 1 och 5 (t.ex. 21-22, 97-92). Antal rätt och responstid registrerades medan felsvar räknades bort. Extremvärden i förhållande till deltagarens svarstid exkluderades och maxgränsen var tider som översteg 1500 millisekunder (Andersson & Östergren, 2012).

Externa test

Rapid Automized Naming test/Rapid Alternative Stimulus. I detta arbete används RAN/RAS symboler (hund, hand, stjärna, stol och bok); färger (svart, röd, gul, grön och blå); siffror (2, 6, 9, 4, 7); och 3-set bestående av siffror, bokstäver och färger (a, e, s, d, p, 6, 2, 9, 4, 7, blå, röd, svart, grön, gul). För mer informations se RAN/RAS Manual (Wolf & Denckla, 2005). De mått som togs ut i dessa fyra uppgifter var tid (i sekunder) som deltagaren behövde för att slutföra uppgiften.

Maria Paulins test av fonologisk medvetenhet. Detta test mäter fonologisk medvetenhet. För närmare information se Paulin (1997).

Ordflödestest (S-flöde och Djur-flöde). I detta test ombads testpersonerna att komma på så många ord som möjligt under en minut. S-flöde användes då "s" genererar fler ord än /f/ och /a/ (Rosselli, 2002; Ivachova & Jones Tinghag, 2007; Tallberg et al., 2008). Under andra omgången testades deltagarens förmåga att generera så många ord som möjligt från en given semantisk kategori- i detta fall djur. För mer information se Ivachova och Jones Tinghag, 2007.

Visuella analogier (ITPA-3). Testet bestod av 34 uppgifter och 4 övningsuppgifter som mäter icke-verbal slutledningsförmåga. Här användes uppgifterna 12-34, då deltagarna enligt ITPA-3 manualen ansågs klara uppgifterna 1-11 för sin åldersgrupp utan fel. Varje uppgift bestod av fyra bilder, numrerade 1-4, samt en onumrerad bild i mitten. Testdeltagarens uppgift var att säga vilken av de fyra bilderna hörde ihop med den onumrerade bilden i mitten. Om testdeltagaren svarade rätt från början, men ändrade sig och gav ett felaktigt svar antecknades svaret som felaktigt. På samma sätt fick testdeltagaren rätt om den först angav fel svar och ändrade det till det rätta svaret. Vid tre fel i rad avbröts testningen. Deltagaren kunde få maximalt 35 poäng.

Procentuppgift. Detta deltest bestod av 24 uppgifter och var konstruerade av författare till föreliggande arbete samt professor Ulf Träff. Deltagarens uppgift var att lösa så många uppgifter som möjligt på fem minuter, och i vilken ordning som helst. Endast papper och penna fick användas och miniräknare fick ej användas. För varje rätt svar gavs 1 poäng, inga avdrag gjordes för felaktiga svar. Vissa uppgifter var enklare räkneuppgifter, till exempel "Hur många procent är 25 av 50?", medan andra uppgifter krävde uträkningar i flera led för att kunna lösas, exempelvis "En skola har 625 elever. Av dessa är 52 % pojkar. 13 % av flickorna är med i en ridklubb. Hur många flickor är med i ridklubben?". Det mått som togs ut var antalet rätt lösta uppgifter på fem minuter.

Betyg. I denna studie användes ett estimerat matematikbetyg som ett kriterium för att kontrollera för extern validitet hos testbatteriet. Med estimerat betyg menas ej slutbetyg, utan vilket betyg matematikläraren bedömde att eleven skulle ha fått om betyget hade satts under testperioden mars 2015. Betyget användes som ett kriterium för att undersöka testbatteriets prediktiva validitet.

Statistisk analys

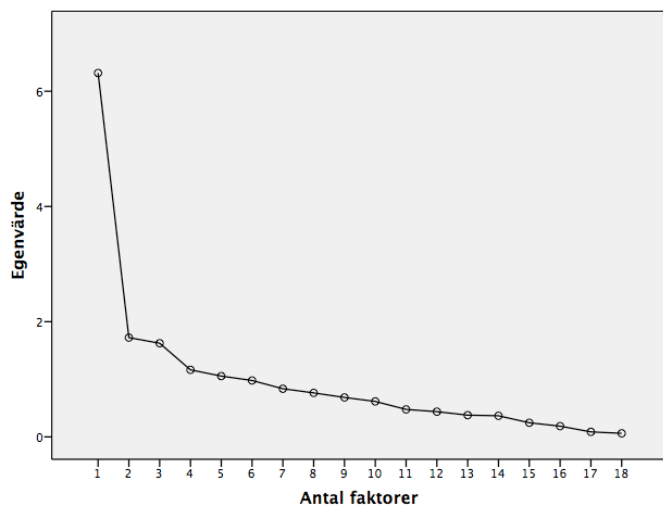
All bearbetning av data gjordes i datorprogrammet IBM SPSS 22.0 (Statistical Package for Social Sciences). Som deskriptiv statistik beräknades medelvärde i tid (sekunder och millisekunder), antal rätt och/eller effektmått (antal rätt delat med tid). För att undersöka bivariata samband mellan de olika deltesterna gjordes en korrelationsmatris med Pearsons produktmomentkorrelationskoefficient med en tvåsidig prövning, där p-värde <0,05 räknades som signifikant. En explorativ faktoranalys (EFA) utfördes efter kontroll av Kaiser-Meyer-Olkins index (KMO) och "Bartletts test of Sphericity". Den extraktionsmetod som valdes var Principal Axis Factoring med varimaxrotation. EFA:s syfte är att urskilja mönster i flerdimensionella data och förklara dessa mönster utifrån minsta möjliga antal faktorer, det vill säga den reducerar antalet dimensioner i datamängden. Antalet faktorer bestämdes enligt Kaisers kriterium (ett egenvärde över 1)

samt utifrån inspektion av brytpunkten i en “scree-plot”. Laddningar i samtliga faktorer anses höga om $r > 0,60$ och är generellt acceptabla vid $r > 0,30$ (Kline, 1994). Dock föredras laddningar över $r > 0,40$ (McCrae & Terracciano, 2005). Tids- och kvotmått användes i huvudsak eftersom mått på antal rätt på alla deltest tenderade att visa höga värden med relativt begränsad varians. För visuella analogier räknades rätta svar utan tidsbegränsning. Multipel regressionsanalys utfördes för att hitta de test som bäst predicerade det estimerade matematikbetyget samt prestation på procentuppgiften. Regressionsanalysen utfördes med stegvis beräkningsmetod och deltagarnas råpoäng.

Forskningsetiska överväganden

Eleverna rekryterades genom en förfrågan till skolans rektorer tillsammans med en beskrivning av projektet. Om ett godkännande erhöles skickades informationen ut till lärare, som i sin tur informerade elever och föräldrar. Skriftligt samtycke hämtades från både målsman och elev. Försökspersonen kunde när som helst avbryta sitt deltagande utan att ange en specifik orsak. Personuppgifter som togs in via enkäter samt elevernas testresultat aidentifierades och gick ej att spåra till någon enskild deltagare. Det estimerade betyget aidentifierades och endast den aktuella matematikläraren och försöksledaren fick ta del av denna uppgift. De inspelningar som gjordes i samband med testningen raderades direkt efter testperioden, vilket deltagaren informerades om. Om deltagaren visade på svårigheter i testsituationen slutfördes testningen för att inte deltagaren skulle uppfatta testsituationen som ett misslyckande.

Resultat



Figur 2. “Scree-plot” som visar att de tre första faktorerna står för majoriteten av variansen.

Korrelationsanalyser utfördes för att undersöka bivariata samband mellan samtliga deltest i testbatteriet, Pearsons produktmomentkorrelationskoefficient med en tvärsidig prövning

($p < 0,05$). Korrelationsmatrisen omfattade 25 x 25 variabler och granskades okulärt för en översiktlig uppfattning om möjliga samband. Därefter utfördes en EFA för samtliga 111 deltagare. KMO var $r = 0,82$ och Bartlett's test signifikant ($\chi^2 = 1046,968$, $df = 153$, $p < 0,000$), vilket indikerar förutsättningar för EFA-analys.

Tabell 4. Roterad faktormatris visar testens fördelning mellan faktorerna. Det högsta värdet över $r = 0,3$ är markerat med fetstilt.

Faktor	1	2	3
Visuell siffermatchning ^b	0,372	0,328	-0,293
Verbalt Arbetsminne			0,338
Mental rotation	-0,141		0,323
RAN/RAS Objekt	0,290	0,868	
RAN/RAS Färger	0,334	0,786	-0,113
RAN/RAS Siffror ^c	0,149	0,102	
RAN/RAS 3-set	0,198	0,705	
Panamath (Weber) ^c			-0,290
Paulin	-0,214	-0,228	0,568
Aritmetisk framplockning ^b	-0,388	0,280	0,465
Ensiff jämf. distans 1	0,828	0,213	-0,261
Ensiff jämf. distans 4-5	0,791	0,226	-0,256
Tvåsiff jämf. distans 1	0,863	0,154	-0,226
Tvåsiff jämf. distans 4-5	0,861	0,175	-0,183
Ordflödestest S-flöde ^b		-0,451	0,339
Ordflödestest djurflöde ^b	-0,191	-0,394	0,422
Visuella analogier		0,110	0,541
Procentuppgift	-0,277	-0,284	0,636
Faktorns egenvärde	6,314	1,725	1,636
Förklarad varians (%)	35,078	9,582	9,090
Kumulativ förklarad varians (%)	35,078	44,66	53,750
Roterad summa av kvadrerade laddning ^a	3,529	2,720	2,148

^a När faktorer visar på en signifikant korrelation kan summan av de totala roterade kvadrerade laddningar ej uppnå total förklarad varians.

^b Deltester som uppvisar korsladdningar i flera faktorer.

^c Deltester som ej nådde upp till $r = 0,300$ i någon faktor.

Totalt 18 faktorer extraherades ur datamängden och 5 av dem hade ett egenvärde över 1. En "scree-plot" indikerade dock att främst tre faktorer ovan brytpunkten bidrog till den förklarade variansen (se figur 2). En trefaktorlösning prövades därför, som förklarade 53,8 % av den totala variansen. Alla deltest hade som minst en laddning på $r = 0,30$, utom deltestet RAN/RAS Siffror, $r = 0,102$ och Panamath $r = 0,290$, vilket tyder på tillfredsställande signifikans mellan de deltest som placerades inom varje faktor. Däremot var Visuell siffermatchning, Aritmetisk framplockning och båda ordflödestesten korsladdade, det vill säga, de hade starka samband i fler än 1 faktor. Fyra av deltesteten i

testbatteriet grupperades tillsammans med ett eller fler av de externa testen; Visuellt siffermatchning (faktor 1 och 2), Aritmetisk framplöckning (faktor 1 och 3), Mental Rotation (faktor 3) och Verbalt Arbetsminne (faktor 3). S-flöde och Djur-flöde uppvisade en korsladdning i faktor 2 och 3. För en fullständig redovisning se tabell 4.

Multipel stegvis regressionsanalys 1. För att undersöka om något eller några deltest kunde förutsäga elevens estimerade matematikbetyg och därmed bidra med prediktiv validitet, gjordes en regressionsanalys. I denna analys användes data från totalt 76 deltagare som hade gett medgivande till att lämna ut estimerat matematikbetyg. Totalt tre deltest hade signifikanta samband med det estimerade betyget: Aritmetisk framplöckning, Verbalt arbetsminne och Visuella analogier (Se tabell 5).

Tabell 5. Modellanlys för regressionsanalys 1 med betyg som BV, N=76.

	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of The Estimate	Change Statistics				
					R Square Change	F Change	df1	df2	Sig. F Change
1 ^d	0,531 ^a	0,282	0,272	1,250	0,282	29,083	1	74	0,000
2 ^d	0,615 ^b	0,379	0,362	1,171	0,097	11,361	1	73	0,001
3 ^d	0,649 ^c	0,421	0,397	1,139	0,042	5,202	1	72	0,026

^aPrediktor: Aritmetisk framplöckning

^bPrediktor: Aritmetisk framplöckning, Verbalt Arbetsminne

^cPrediktor: Aritmetisk framplöckning, Verbalt Arbetsminne, Visuella analogier

^dBeroende Variabel: Betyg

Tabell 6. Konstanter i regressionsanalysen, med betyg som beroende variabel.

Modell ^a		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	1,182	0,425		2,777	0,007
	Aritmetisk framplöckning	0,088	0,016	0,531	5,393	0,000
2	(Constant)	-0,906	0,737		-1,230	0,222
	Aritmetisk Framplöckning	0,081	0,015	0,488	5,246	0,000
	Verbalt Arbetsminne	0,536	0,159	0,314	3,371	0,001
3	(Constant)	-2,432	0,980		-2,481	0,015
	Aritmetisk framplöckning	0,070	0,016	0,422	4,437	0,000
	Verbalt Arbetsminne	0,461	0,158	0,270	2,915	0,005
	Visuella Analogier	0,075	0,033	0,221	2,281	0,026

^a Beroende variabel: Betyg

En ANOVA utfördes med betyg som beroende variabel och visade signifikans för 3 deltest som prediktorer. Den enskilt största prediktorn för betyg var Aritmetisk framplöckning $F(1,74)=29,083$, $p<0,000$. Det två andra prediktorerna var Aritmetisk

framplockning och Verbalt arbetsminne $F(2,73)=22,259$, $p<0,000$ samt de tre deltesten Aritmetisk framplockning, Verbalt arbetsminne och Visuella analogier tillsammans $F(3,72)=17,427$, $p<0,000$. ANOVAn bekräftar, med andra ord, resultaten på den multipla stegvisa regressionsanalysen.

Samtliga konstantvärden visade på signifikans för de tre koefficienterna. I tabell 6 ges de ostandardiserade (B) och standardiserade (beta) regressionskoefficienterna för de tre prediktorvariablerna Aritmetisk framplockning, Verbalt arbetsminne och Visuella analogier.

Multipl stegvis regressionsanalys 2. En andra regressionsanalys gjordes även på samtliga deltest med procentuppgiften som beroende variabel. Här ingick samtliga deltagare ($N = 111$). Fem deltest predicerade procentuppgiften signifikant: Aritmetisk framplockning, Djur-flöde, Verbalt arbetsminne, Visuella analogier och Ensiffrig antalsjämförelse distans 4-5 (se tabell 7).

Tabell 7. Modellanalys för regressionsanalys 2 med procentuppgiften som BV, $N=111$.

	<i>R</i>	<i>R Square</i>	<i>Adjusted R Square</i>	<i>Std. Error of The Estimate</i>	<i>Change Statistics</i>				
					<i>R Square Change</i>	<i>F Change</i>	<i>df1</i>	<i>df2</i>	<i>Sig. F Change</i>
<i>1^e</i>	0,553 ^a	0,306	0,300	3,291	0,306	48,119	1	109	0,000
<i>2^e</i>	0,623 ^b	0,388	0,376	3,105	0,082	14,382	1	108	0,000
<i>3^e</i>	0,656 ^c	0,430	0,414	3,009	0,043	8,010	1	107	0,006
<i>4^e</i>	0,675 ^d	0,456	0,435	2,956	0,025	4,887	1	106	0,029

^aPrediktor: Aritmetisk framplockning
^bPrediktor: Aritmetisk framplockning, Djur-flöde
^cPrediktor: Aritmetisk framplockning, Verbalt Arbetsminne, Visuella analogier
^dPrediktor: Aritmetisk framplockning, Djur-flöde, Visuella Analogier, Ensiffrig antalsjämförelse distans 4-5
^eBeroende Variabel: Procent

En ANOVA utfördes med procent som beroende variabel och visade signifikans för 3 deltest som prediktorer vilket bekräftar resultaten från den multipla stegvisa regressionsanalysen. Den enskilt största prediktorn för procentuppgiften var Aritmetisk framplockning med $F(1,109)=48,119$, $p<0,000$. I prediktor 2 ingick Aritmetisk framplockning och Djur-flöde med $F(2,108)=34,204$ $p<0,000$, i prediktor 3: Aritmetisk framplockning, Djur-flöde och Visuella analogier med $F(3,107)=26,953$, $p<0,000$ samt i prediktor 4: Aritmetisk framplockning, Djur-flöde, Visuella analogier och Ensiffrig antalsjämförelse distans 4-5 $F(3,106)=22,171$, $p<0,000$.

Samtliga konstantvärden visade på signifikans för de fyra koefficienterna. I tabell 8 ges de ostandardiserade (B) och standardiserade (beta) regressionskoefficienterna för de fyra prediktorvariablerna Aritmetisk framplockning, Djurflöde, Visuella analogier och Ensiffrig antalsjämförelse distans 4-5.

Tabell 8. Konstanter på regressionsanalysen, med procent som beroende variabel.

Modell ^a		Unstandardized		Standardized	t	Sig
		Coefficients		Coefficients		
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-1,841	0,957		-1,924	0,057
	Aritmetisk framplöckning	0,256	0,037	0,553	6,937	0,000
2	(Constant)	-4,770	1,188		-4,014	0,000
	Aritmetisk Framplöckning	0,207	0,037	0,448	5,584	0,000
	Djur-flöde	0,211	0,056	0,304	3,792	0,000
3	(Constant)	-9,427	2,008		-4,694	0,000
	Aritmetisk framplöckning	0,189	0,037	0,408	5,158	0,000
	Djur-flöde	0,173	0,055	0,250	3,128	0,002
	Visuella Analogier	0,208	0,074	0,221	2,830	0,006
4	(Constant)	-4,099	3,114		-1,316	0,191
	Aritmetisk framplöckning	0,159	0,038	0,343	4,132	0,000
	Djurflöde	0,145	0,056	0,209	2,593	0,011
	Visuella Analogier	0,196	0,073	0,207	2,697	0,008
Ensiffrig antalsjämförelse distans 4-5		-0,006	0,003	-0,184	-2,211	0,029

^a Beroende variabel: Procentuppgift

Diskussion

Resultaten av den aktuella undersökningen stödjer sammantaget validiteten hos det studerade testbatteriet. Nedan diskuteras aspekter av såväl konstruktvaliditet som extern validitet utifrån innehåll i de specifika testen.

Den explorativa faktoranalysen gav en struktur i stort sett förenlig med förväntade underliggande förmågor. Den första faktorn avspeglade således prestation i numeriska deltest, medan den andra i huvudsak reflekterade snabb automatiserad benämning ("externa" test i detta arbete). Den tredje faktorn tycktes slutligen vara involverad i vissa komplexa kognitivt-språkliga test som fonologisk medvetenhet, Visuella analogier och den studiespecifika procentuppgiften. Ett flertal test i testbatteriet korrelerade endast med varandra, dock ej deltesten Visuell siffermatchning, Mental Rotation, Verbalt Arbetsminne och Aritmetisk framplöckning. Dessa uppvisade starka samband till andra kognitiva förmågor genom att laddas med två eller flera faktorer. Detta skulle kunna förklaras genom att dessa deltest även involverar andra förmågor som fonologisk förmåga eller uppgifter som ställer krav på framplöckningsförmåga ur långtidsminnet.

Alla deltest gällande symbolisk antalsuppfattning som ingick i testbatteriet tillhörde en enskild faktor, faktor 1 "Hastighet gällande bearbetning av siffersymboler", vilket stärkte dess konstruktvaliditet. Faktor 1 reflekterade därför hur snabbt deltagaren presterade på alla tester gällande symbolisk antalsjämförelse, både ensiffriga och tvåsiffriga tal med olika distanser (distans 1 och 4-5). Det kan alltså urskiljas ett samband mellan hur snabbt deltagaren kan avsöka, matcha och diskriminera mellan siffersymboler på tid och visar därmed att det handlar om just bearbetningshastighet gällande uppgifter som ställer krav på öga- och handkoordination och bearbetning av siffersymboler. Visserligen hade deltestet

Visuell siffermatchning sin starkaste laddning i faktor 1 men var även korsladdad i faktor 2, så att det inte entydigt bidrog till faktor 1. Även aritmetisk framplöckning korsladdade, både på faktor 1 och faktor 3 och en möjlig orsak till detta diskuteras i beskrivningen av faktor 3. Att det inte fanns någon större skillnad på prestationen i siffersymbolisk jämförelse vid olika distanser (1 och 4-5) kan förklaras med att deltesten testades på en grupp normalpresterande deltagare. Skillnader i svarshastighet har endast påträffats vid studier med deltagare med dyskalkyli mot kontrollgrupp (Skagerlund & Träff, 2014b). Att dessa deltest laddade på samma faktor även i detta arbete stärker konstruktvaliditeten för testbatteriet.

Det fanns ett intresse kring varför övriga deltest laddades inom faktorerna tillsammans med externa deltest utanför testbatteriet. I enlighet med tidigare forskning indikerar även detta arbete att icke-symbolisk antalsuppfattning och symbolisk antalsuppfattning är två skilda delprocesser (Pica et al., 2004; Castro Canizares et al., 2012; De Smedt & Gilmore, 2011; Rousselle & Noel, 2007) då de olika deltesten som mäter symbolisk och icke-symbolisk antalsuppfattning laddade på olika faktorer vilket anses stärka konstruktvaliditeten. Däremot bör fler typer av uppgifter som testar icke-numerisk antalsjämförelse användas för att bekräfta att det verkligen är en principiellt skild process från symbolisk antalsuppfattning samt för att kunna dra större slutsatser kring resultatet. Det är också viktigt att understryka att Panamath som testade icke-symbolisk antalsuppfattning, hade en laddning i faktor 3 som var på gränsen till signifikant.

Faktor 2 "*Framplöckningshastighet gällande uppgifter med kognitiv komplexitet*" avspeglade resultat på deltest som testade kognitiv komplexitet och ordflödesuppgifterna som uppvisade en korsladdning i denna faktor. Detta bidrar till divergent validitet då endast ett test, Visuell siffermatchning, som involverar symbolisk kunskap laddas svagt i denna faktor. Detta är i enlighet med tidigare fynd som inte heller kunde påvisa samband mellan resultat på matematiska test och RAN/RAS (Van der Sluis et al., 2003; Georgiou et al., 2013; Landerl et al., 2009 & Willburger et al., 2008). Sambandet mellan RAN/RAS och ordflödestestet skulle kunna förklaras med att båda deltesten kräver effektiva framplöckningsstrategier hos deltagaren (Kosmidis et al. 2004; Wolf et al., 2002) men fler studier behövs för att bekräfta detta samband. Ett intressant resultat var att RAN/RAS siffror inte laddade starkt på någon av de tre faktorerna. En möjlig förklaring skulle kunna vara att detta deltest endast visat på signifikanta skillnader i prestation mellan typiskt utvecklade barn och barn med dyskalkyli (t.ex. Landerl et al., 2009) och deltagare i denna studie var normalpresterande med en väl automatiserad sifferbenämningsförmåga. Det är värt att notera att trots att RAN/RAS siffror inte kom upp till en signifikant nivå hos någon av faktorerna har den sin starkaste laddning i faktor 1 "*bearbetning av siffersymboler*".

Faktor 3, "*Minne, visuo-spatial förmåga, fonologi och slutledningsförmåga*" innefattar deltesten från testbatteriet: Visuell siffermatchning, Mental Rotation, Aritmetisk framplöckning samt externa test: Maria Paulins test av fonologisk medvetenhet, ordflödestesten och procentuppgiften. Detta innebär att tre deltest ur testbatteriet grupperades i en faktor med externa deltest. Dock har uppgiften aritmetisk framplöckning även korsladdning med faktor 1 (som noterades ovan) och Visuell siffermatchning korsladdas i samtliga faktorer. Både Maria Paulins test för fonologisk medvetenhet och Mental rotation grupperades i denna faktor. Fonologisk medvetenhet syftar på förmågan

att kunna manipulera språkets form genom att, exempelvis, utesluta språkljud, stavelser eller säga ett ord baklänges och på så vis rotera bokstävernas ordning. En tänkbar stödstrategi vid lösning av fonologiska uppgifter kan således vara att använda det visuo-spatiala skissblocket och föreställa sig ordets stavning och sedan manipulera ordet genom att flytta om bokstäver i den mentala ordbilden. Detta skulle därför kunna förklara varför dessa deltest hamnar i samma faktor. Det vore även intressant att undersöka huruvida dessa test skulle placeras i samma faktor om de bokstavsstimuli som används i deltestet Mental rotation istället skulle ersättas med siffror eller geometriska figurer.

Baddeley och Hitchs arbetsminnesmodell (1974) samt "Access deficit"-teorin framhäver en länk mellan spatial, lingvistisk och matematisk förmåga (Passolunghi & Siegel, 2004; McLean & Hitch, 1999; Passolunghi et al., 1999; Swanson & Sachse-Lee, 2001; Butterworth, 2005; Bull & Scerif, 2001; Lemer et al. 2003). Detta då barn, när de tillägnar sig siffersymboler, knyter siffersymbolen och dess språkliga benämning till en viss plats på den inre tallinjen (Butterworth, 2005; Rousell & Noel, 2007). Enligt Rasmussen och Bisanz teori (2005) har visuo-spatial förmåga och fonologisk förmåga båda en inverkan på utvecklingsstadier av aritmetisk förmåga. Aritmetisk framplöckning hade visserligen korsladdningar i två faktorer men korrelerar ändå med Maria Paulins test av fonologisk medvetenhet i likhet med tidigare studier (Passolunghi et al., 2007; Landerl et al., 2009; De Smedt et al., 2010; Lopes-Silva et al., 2014). Detta visar på konvergent validitet.

Att deltestet verbalt arbetsminne finns med i faktor 3 kan bero på att den verbala arbetsminnesuppgiften ställer krav på minneskapacitet i likhet med de övriga deltest som ingår i faktor 3, till exempel det semantiska ordflödestestet där orden genom en verbal strategi hämtas ur långtidsminnet (Ivachova & Jones Tinghag, 2007; Tallberg et al., 2008) samt aritmetisk framplöckning (mailkorrespondens, 150316, U. Träff). Verbalt arbetsminne anses ha en påtaglig koppling till matematisk förmåga (Wilson & Swanson, 2001) men i vissa studier lyfts visuo-spatial arbetsminneskapacitet fram som mer betydande för matematisk förmåga än det verbala arbetsminnet (Fletcher, 1985; Hitch & McAuley, 1991).

En länk mellan Mental rotation och Aritmetisk framplöckning kunde i denna studie ses då dessa hamnar inom samma faktor vilket är i enlighet med tidigare fynd kring samband mellan visuo-spatial förmåga och aritmetik (Rourke 1993). Detta samband vore intressant att undersöka ytterligare genom att använda fler test som undersöker visuo-spatial förmåga. Icke-verbal slutledningsförmåga hade sin starkaste laddning i denna faktor, vilket bidrar med divergent validitet då endast ett numeriskt test från testbatteriet korrelerade med detta deltest.

För att säkert fastställa bredare latent kognitiva förmågor bakom resultatmönster på testbatteriet vore ett naturligt nästa steg att utföra en, så kallad, konfirmatorisk faktoranalys på en större grupp deltagare. På detta sätt kan man avgöra om det beskrivna mönster kan generaliseras till andra stickprov med strikta kriterier.

Regressionsanalys 1 med betyg som beroende variabel visade tre enskilda deltest som signifikant predicera cirka 40 % av variansen i det estimerade matematikbetyget; Aritmetisk Framplöckning, Verbalt arbetsminne och Visuella analogier. Två deltest ur testbatteriet för matematiksvårigheter kunde således predicera matematikbetyg och bidra med en stark predikativ validitet. I enighet med tidigare fynd visade regressionsanalysen att icke-verbal slutledningsförmåga, verbalt arbetsminne och val av stödstrategier har en stor påverkan på elevens matematiska prestation (Inglis et al., 2011; Nosworthy, 2013; Halbedra

et al., 2008; Kyttälä & Letho, 2008; Wilson & Swanson, 2001). Det vill säga komponenter såsom arbetsminne, motivation och den tid som eleven lägger ner på matematikläxor blir allt viktigare med stigande ålder. Det estimerade betyget kunde däremot inte prediceras av varken symboliska eller icke-symboliska test vilket sannolikt beror på att deltagarna gick i högstadiet, vilket är i enlighet med hypotesen att precision hos ANS-systemet och dess inverkan på matematisk prestation avtar med stigande ålder (Inglis et al., 2011).

Aritmetisk framplockning hade högst prediktiv validitet. Detta fynd kan peka på att graden av automatiseringen i den aritmetiska framplockningskunskapen lägger grunden för mer avancerade procedurella matematiska uträkningar, och att en effektiv framplockningsstrategi gör att fler resurser i arbetsminnet är tillgängliga och lämnar mer kapacitet åt den matematiska problemlösningsaspekten. Regressionsanalysen tyder dock på att det inte bara snabbhet i aritmetisk framplockning som är avgörande för matematisk prestation, utan även andra kognitiva förmågor såsom arbetsminne och slutledningsförmåga spelar en betydande roll. En tillfredsställande spridning i betygsskalan kunde påvisas.

Regressionsanalys 2 med procentuppgiften som beroende variabel uppvisade signifikans med Aritmetisk framplockning, semantiskt ordflöde, Visuella analogier och Ensiffrig antalsjämförelse distans 4-5. De två testen ur testbatteriet som hade signifikant samband för att kunna förutsäga procentuppgiften var således Aritmetisk framplockning och Ensiffrig sifferjämförelse med distans 4-5. Det skulle kunna förklaras med tidigare förklaringsmodell där aritmetisk förmåga är med och lägger grunden för mer proceduralt räknande och dessa deltest kan således bidra med prediktiv validitet. Det innebär att deltestet Aritmetisk framplockning i denna studie predicerar elevens kunskaper i procenträkning. Den semantiska ordflödesuppgiften visade sig predicera procentuppgiften, vilket skulle kunna påvisa ett samband mellan förmågan att snabbt kunna initiera en sökprocess för att hämta information från långtidsminnet och förmågan att kunna lösa mer proceduralt krävande matematikuppgifter på tid. Detta samband tyder på vikten av att kunna initiera en sökprocess på tid oavsett om det är en uppgift baserad på en mer renodlad språkförmåga eller om det handlar om uträkning i flera led. Det ska också nämnas att fem deltagare hade diagnosticerad dyslexi i denna studie, och en skillnad hade kunnat visas då det är känt att längre matematiska läsuppgifter är svårare att utföra för personer med dyslexi (Kamhi & Catts, 2012).

Att det fanns ett prediktivt samband mellan procenträkning och Visuella analogier skulle kunna förklaras med att båda deltesten ställer krav på deltagarens slutledningsförmåga, vilket stämmer överens med tidigare resonemang (De Smedt et al. 2010). Ensiffrig antalsjämförelse distans 4-5 ansågs predicera Procentuppgiften och detta påvisar att snabb diskriminering mellan siffersymboler på längre distanser lägger viss grund för mer avancerad form av matematiska uppgifter. Det kan därför ses som betydelsefullt att kunna diskriminera snabbt mellan siffersymboler på längre distanser och därmed ha en skarpt utvecklad mental antalslinje och siffersymbolisk kunskap. Detta kan indikera det är betydelsefullt att ha en fullt utvecklad inre representationsmodell av siffersymbolers betydelse för snabb och effektivt proceduralt tänkande.

Majoriteten deltagare var flickor (69 av 111 deltagare) och en mer jämn könsfördelning hade varit önskvärt. Det har framkommit att det kan finnas vissa skillnader gällande svarsstrategier i den analyserade gruppen (Pettersson & Svensson, 2015) vilket skulle kunna påverka resultatet. Det hade även varit önskvärt med fler deltagande skolor då majoriteten

av eleverna kom från en skola i Stockholms kommun. Resultaten på Visuella analogier var låga jämfört med normdata som visar att gruppen är något lågpresterande i sin helhet.

Enkäterna i studien användes för att kontrollera intern validitet då frågor kring exempelvis koncentrationssvårigheter förekom. Endast tre deltagare rapporterade ha längre närvaro än 75 % och då två av dessa tre uppgavs klara lärandemålen för matematik kunde inte hög frånvaro bindas till nivån på elevens matematiska prestation, därför inkluderades dessa i studien. Enkäten bidrog även med information kring eventuella neuropsykiatriska diagnoser såsom dyslexi som är av betydelse för deltesten som utprovades eftersom skillnader har påträffats gällande exempelvis ordflödestest och RAN/RAS (Willburger et al., 2008). Även för att fånga upp elever med dyskalkyli. I detta examensarbete uteslöts inte deltagare med diagnoser som dyslexi och språkstörning. Fördelen är att ett inkluderande förhållningssätt i högre grad speglar den verkliga variationen bland deltagare i dessa åldrar. Eftersom det estimerade matematikbetyget utgjorde kriterievaliditet, som ska bidra med ett mått utifrån ”det verkliga livet” ansågs det finnas skäl till att förhålla sig inklusivt i detta examensarbete. Övrig information kring enkäten hade varit intressant att studera närmare om tid och utrymme hade funnits då den kunnat bidra med deskriptiv information om gruppen som helhet.

Störningsmoment vid teststillfället kan inte uteslutas kunna påverka resultatet då testningstillfället utfördes på skoltid och trots att deltagaren testades i ett enskilt rum med stängda dörrar var rummen ej helt ljudisolerade.

För att bekräfta konstruktvaliditet ytterligare vore det önskvärt att ha fler test som testar exempelvis icke-symbolisk antalsuppfattning och visuo-spatial förmåga i förhållande till matematisk prestation då det i dagsläget bara finns ett test i testbatteriet som testar respektive förmåga. Intressant vore att addera test gällande exempelvis visuo-spatial korttidsminnes- och arbetsminneskapacitet då denna förmåga enligt tidigare studier sägs korrelera med matematisk förmåga (Hitch & McAuley, 1991; Fletcher, 1985).

I samtliga regressionsanalyser med betyg och procenträkning bidrog Aritmetisk framplockning med starkast predikativ validitet, vilket skulle kunna påvisa att aritmetisk framplockning har en central roll gällande matematiska uppgifter för högstadieelever som kräver proceduralt tänkande. Även verbal arbetsminnesförmåga visade sig spela en betydande roll för hur högstadieelever presterar i matematik. Detta skulle kunna tas i beaktande i undervisningen för elever med funktionshinder som bidrar till bristande arbetsminnesförmåga, exempelvis vid ADHD. Detta skulle vara intressant att studera vidare. En annan viktig delförmåga för prestation gällande matematiska uppgifter såsom procenträkning och estimerat matematikbetyg var icke-verbal slutledningsförmåga vilket i enlighet med tidigare forskning då slutledningsförmåga anses spela en betydande roll för prestation på matematiska uppgifter i högre åldrar. De slutsatser som kan dras av detta examensarbete är att testbatteriet uppnår konstruktvaliditet och divergent och predikativ validitet men fler valideringsstudier behöver göras.

För att studera kopplingar mellan icke-symbolisk antalsuppfattning, ANS-systemet och matematisk prestation skulle även ytterligare regressionsanalyser med Aritmetisk framplockning som beroende variabel kunna göras. Framtida studier med gruppdeltagare med dyskalkyli och en kontrollgrupp bör göras, då signifikanta skillnader i de olika grupperna ska kunna uppmätas för ytterligare bekräftelse av validiteten.

Övrigt. Författarna vill rikta ett tack till Anna Svensson och Emma Petterson som deltog i det gemensamma datainsamlingsprojektet, samt alla rektorer, lärare och elever som bidragit till datainsamlingen, speciellt Anna H. och Anna L.

Referenslista

- Andersson U. & Östergren R. (2012). Number magnitude processing and basic cognitive functions in children with mathematical learning disabilities. *Learning and Individual Differences* 22, 701-714.
- Baddeley, A.D., & Hitch, G.J.. (1974). Working memory. I: Bower, G.H. (red.). *The psychology of learning and motivation: Advances in research and theory*, vol. 8, ss. 47-90. Academic Press; New York.
- Bartelet D., Ansari D., Vaessen A. & Blomert L. (2014). Cognitive subtypes of mathematics learning difficulties in primary education. *Research in Developmental Disabilities* 35, 657–670.
- Bjorklund, D., & Harnisfeger, K. (1990). The resources construct in cognitive development: diverse sources of evidence and a theory of inefficient inhibition. *Developmental Review*, 10, 48-71
- Booth, J. L., & Siegler R. S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, 74, 1016-1031.
- Bottge, B. A. (2001) Reconceptualizing mathematics problem solving for low-achieving students. *Rase: Remedial & Special Education* 22, 102-112.
- Brankaer, C., Ghesquiére, P., & De Smedt, B. (2014) Children's mapping between non-symbolic and symbolic numerical magnitudes and its association with timed and untimed tests of mathematical achievement. *Plos One* 9, e93565.
- Bull R., Espy K., Wiebe S. (2008) Short-term memory, working memory, and executive functioning in preschoolers: longitudinal predictors of mathematical achievement at age 7 years. *Dev Neuropsychology*; 33, 205-228.
- Bull R. & Scerif G. (2001). Executive functioning as a predictor of children's mathematical ability: inhibition, switching and working memory. *Dev Neuropsychology* 33, 205-228.
- Butterworth, B. (2005) The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46, 3-18.
- Butterworth B., Varma S., Laurillard D. (2011) Dyscalculia: From Brain to Education, *Science* 332, 1049-1053.
- Castro Cañizares D., Reigosa Crespo V. & González Alemañy E. (2012) Symbolic and Non-Symbolic Number Magnitude Processing in children with Developmental Dyscalculia. *The Spanish Journal of Psychology* 15:3, 952-966.
- Chiappe P., Hasher L. & Siegel L. S. (2000). Working memory inhibitory control, and reading disability. *Memory & Cognition* 28, 8-17.
- De Smedt B. & Gilmore C. K. (2011) Defective number module or impaired access? Numerical magnitude processing in first graders with mathematical difficulties. *Journal of experimental Child Psychology*, 108, 278-292.

- De Smedt B., Verschaffel L., & Ghesquiére P. (2009) The predictive value of numerical magnitude comparison for individual differences in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology* 103, 469-479.
- De Smedt B., Taylor J., Archibald L. & Ansari D. (2010) How is phonological processing skills related to individual differences in children’s arithmetic skills? *Developmental Science* 13:3, 508-520.
- Dehaene S., (1992) Varieties of Numerical Abilities. *Cognition*, 44, 1-42.
- Dehaene S., (1997) *The number sense*. New York, Oxford University Press.
- Denckla M. B., & Rudel R. (1976). Rapid “automatized” naming of pictured objects, colours, letters and numbers by normal children. *Cortex* 10, 186-202.
- Engle R., (2002) Working memory capacity as executive attention. *Current Directions in Psychological science* 11, 19-23.
- Fletcher J., (1985). Memory for verbal and non-verbal stimuli in learning disability subgroups: Analysis by selective reminding, *Journal of Experimental Child Psychology volume 40 issue 2*, 244-259.
- Feigenson L., Dehaene S. & Spelke E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences* 8:7, 307-314.
- Floyd R. G., Evans J. J., & McGrew K. S. (2003) Relations between measures of cattell-horn-carroll (chc) cognitive abilities and mathematics achievement across school-age years. *Psychology in the schools* 40, 155-171.
- Gabrieli J. D. E. (2009) Dyslexia: A New Synergy Between Education and Cognitive Neuroscience. *Science Magazine* 325, 280-283.
- Georgiou G. K., Tziraki N., Manolitsis G. & Fella A. (2013) Is rapid automatized naming related to reading and mathematic for the same reason(s)? A follow-up study from kindergarden to Grade 1. *Journal of Experimental Child Psychology* 115, 481-496.
- Geary D. C. (1993). Mathematical disabilities. Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114, 345-362.
- Geary D. C. (2011) Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental & Behavioral Pediatrics* 32:3, 250-263.
- Geary D. C., Hoard M. K., Byrd-Craven J., Nugent L., & Numtee C. (2007). Cognitive Mechanisms Underlying Achievement Deficits in Children With Mathematical Learning Disability. *Child Development* 78:4, 1343-1359.
- Halberda J., Mazocco M. M. M. & Feigenson L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature* 455, 665-668.
- Henik A., Rubinsten O., & Ashkenazi S. (2011). The “Where” and “What” in Developmental Dyscalculia. *The Clinical Neuropsychologist* 25:6, 989-1008.
- Hitch G. J. & McAuley E. (1991). Working memory in children with specific learning difficulties. *British Journal of Psychology* 82:3, 375-386.
- Hogan T. P., Catts H. W., & Little T. D. (2005). The relationship between phonological awareness and reading: implications for the assessment of phonological awareness. *Language, Speech & Hearing services in Schools* 36:4, 285-293.
- Inglis M., Attridge N., Batchelor S., & Gilmore C. (2011). Non-verbal number acuity correlates with symbolic mathematics achievement: but only in children. *Psychon Bull Rev* 18, 1222-1229.

- Ivachova E. & Jones Tinghag K. (2007). Svensk normering av ordflödestesten FAS, Djur och Verb. *Institutionen för klinisk vetenskap, intervention och teknik, Karolinska Institutet. Examensarbete D-nivå.*
- Iuculano T., Tang J. & Butterworth B. (2008). Core information processing deficits in developmental dyscalculia and low numeracy. *Developmental Science 11:5, 669-680.*
- Kamhi A., & Catts H. (2012). Language and reading disabilities (tredje upplagan). Boston: Pearson Education.
- Kline, P. (1994). An easy guide to factor analysis. London: Routledge.
- Kosmidis, M.H., Vlahou, C.H., Panagiotaki, P. & Kiosseoglou, G. (2004). The verbal fluency task in the Greek population: normative data, and clustering and switching strategies. *Journal of the International Neuropsychological Society, 10, 164-172.*
- Kyttälä M. & Lehto J E. (2008) Some factors underlie mathematical performance: the role of visuospatial working memory and the non-verbal intelligence. *European Journal of Psychology of Education, 23: 1, 77-94.*
- Landerl K., Fussenegger B., Moll K. & Willburger E. (2009) Dyslexia and dyscalculia: Two learning disorders with different cognitive profiles. *Journal of Experimental Child Psychology 103, 309-324.*
- Landerl K., & Kölle C. (2009) Typical and atypical development of basic numeric skills in elementary school, *Journal of Experimental Child Psychology 103, 546-565.*
- Lemer C., Dehaene S., Spelke E., & Cohen L. (2003) Approximate quantities and exact number words: dissociable systems. *Neuropsychologia 41:14, 1942-1958.*
- Lopes-Silva J. B., Moura R., Júlio-Costa A., Haase V. G. & Wood G. (2014) Phonemic awareness as a pathway to number transcoding. *Original research article, Frontiers in Psychology.*
- McCrae, R.R., Terracciano, A., & 78 Members of the Personality Profiles of Cultures Project. (2005). Universal features of personality traits from the observers' perspective: Data from 50 cultures. *Journal of Personality and Social psychology, 88, 547-561*
- McLean J. F., & Hitch G. H. (1999). Working memory impairments in children with specific mathematics learning difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology, 74, 240-260.*
- Neisser U., Boodoo G., Bouchard Jr T. J., Boykin A. W., Brody N., Ceci S. J., Halpern D. F., Loehlin J. C., Perloff R., Sternberg R. J. & Urbina S. (1996). Intelligence: Knowns and Unknowns. *American Psychologist, Vol 51:2, 77-101.*
- Nieder A. (2009). Prefrontal cortex and the evolution of symbolic reference. *Current Opinion in Neurobiology 19:1, 99-108.*
- Nosworthy N., Budgen S., Archibald L., Evans B., & Ansari D. (2013). A two-minute paper- and -pencil test of symbolic and nonsymbolic numerical magnitude processing explains variability in primary school childrens arithmetic competence. *PLOS ONE 8:(7) e67918.*
- Passolunghi, C. M., Cornoldi C., & De Liberto, S. (1999). Working memory and inhibition of irrelevant information in poor problem solvers. *Memory & Cognition, 27, 779-790.*
- Passolunghi C. M., & Siegel L. S. (2004). Working memory and access to numerical information in children with disabilities in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology 88:4, 348-367.*

- Passolunghi C. M., Vercelloi B., & Schadee H. (2007). The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence. *Cognitive Development* 22, 165–184.
- Paulin, M. (1997). Fonologisk medvetenhet och läsning hos normalspråkiga barn i årskurs 5. *Huddinge universitetssjukhus: Karolinska Institutet: Enheten för logopedi och foniatri*.
- Pettersson E., & Svensson A. (2015). *Ålders- och könsvvariationer i basal matematisk förmåga: normativ data för högstadieelever på ett testbatteri för matematiksvårigheter*. Opublicerad magisteruppsats: Clintec, institutionen för klinisk vetenskap, intervention och teknik, Karolinska Institutet.
- Pica P., Lemer C., Izard V., & Dehaene S. (2004). Exact and approximant arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science* 306, 499-503.
- Piazza, M. (2010). Neurocognitive start-up tools for symbolic number representations. *Trends in Cognitive Sciences*, 14(12), 542–551.
- Price G. R., & Ansari D. (2011). Symbol processing in left angular gyrus: Evidence from passive perception of digits. *NeuroImage* 57;3, 1205-1211.
- Rasmussen C., & Bisanz J. (2005). Representation and working memory in early arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology* 91, 137-157.
- Rourke B., (1993). Arithmetic Disabilities, Specific and Otherwise: A Neuropsychological Perspective. *Journal of Learning Disabilities Volume 26, number 4, 214-226*.
- Rousselle L., & Noël M.P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Science Direct, Cognition*, 361-395.
- Rubinsten O., & Henik A. (2006). Double dissociation of functions in developmental dyslexia and dyscalculia. *Journal of Educational Psychology* 98:4, 854-867.
- Seegers G., & Boekaerts M. (1993). Task motivation and mathematics achievement in actual task situations. *Learning and Instruction* 3:2, 133-150.
- Shalev R. S. (2007) Prevalence of developmental dyscalculia. Why is Math so hard for some children? The Nature and Origins of Mathematical learning difficulties and disabilities, eds D. B. Berch & M. M. Mazzocco. *Baltimore MD: Paul H Brooks Publishing, 46-60*.
- Shalev R. S., & Gross-Tsur V. (2001). Developmental Dyscalculia. *Pediatric Neurology* 24, 337-342.
- Siegler R. S., & Ramani G. B. (2009). Playing linear number board games—but not circular ones—improves low-income preschoolers’ numerical understanding. *Journal of Educational Psychology, Vol 101;3, 545-560*.
- Siegler R. S., & Opfer J. E. (2003). The Development of Numerical Estimation: Evidence for Multiple Representations of Numerical Quantity. *Psychological Science* 14:3, 237-250.
- Simmons F., Singleton C., & Horne J. (2008). Brief report - Phonological awareness and visuo-spatial sketchpad functioning predict early arithmetic attainment: Evidence from a longitudinal study. *European Journal of Cognitive Psychology* 20:4, 711-722.
- Skagerlund K., & Träff U. (2014a) Development of magnitude processing in children with developmental dyscalculia: space, time, and number. *Frontiers in Psychology* 5:675.

- Skagerlund K., & Träff U. (2014b). Number processing and heterogeneity of developmental dyscalculia: subtypes with different cognitive profiles and deficits. *Journal of learning disabilities, 1-15*.
- Schiavetti N., Metz D. E., Orlikoff R. F., (2011). Evaluating research in communicative disorders, (6., uppl.). New Jersey: Pearson.
- Spelke E. S., & Tsivkin S. (2001). Language and number: A bilingual training study. *Cognition 78, 45-88*.
- Swanson, H.L., & Sachse-Lee C., (2001). Mathematical problem solving and working memory in children with learning disabilities: Both executive and phonological processes are important. *Journal of Experimental Child Psychology, 79, 299-321*.
- Taavola L.-L., & Sahlberg A. (2011). *Dyskalkyli: Normativa data för svenska barn i årskurs 5 och 6 på Dyscalculia Screener och hur testresultat korrelerar med avkodningsförmåga och skolmatematik*. Magister-uppsats, Uppsala Universitet.
- Tallberg I. M., Ivachova E., Jones Tinghag K., & Östberg P. (2008). Swedish norms for word fluency tests: FAS, animals and verbs. *Scandinavian Journal of Psychology 49:5, 479-485*.
- Van Daal V., Van Der Leij A., & Adér H. (2012). Specificity and overlap in skills underpinning reading and arithmetical fluency, *Read writ (2013) 26: 1009-1030*.
- Van der Sluis S., De Jong P. F., & Van der Leij A. (2003). Inhibition and shifting in children with learning deficits in arithmetic and reading. *Journal of experimental Child Psychology 87, 239-266*.
- Van Der Ven S., Kroesbergen E., Boom J., & Leseman P. (2011). The developemet of executive functions and early mathematics: A dynamic relationship, *British journal of Education Psychology (20.2), 82, 100-119*.
- Willburger E., Fussenegger B., Moll K., Wood G., & Landerl K. (2008). Naming speed in dyslexia and dyscalculia. *ScienceDirect, Learning and individual Differences 18, 224-236*.
- Wilson A. J., & Dehaene S. (2007). Number sense and Developmental Dyscalculia (Human Behaviour, Learning, and the Developing Brain: Atypical Developpent). *Guilford Publications: USA*.
- Wilson K. M., & Swanson L. H. (2001). Are mathematics Disabilities due to a Domain-General or a Domain-specific working memory deficit? *Journal of Learning Disabilities 34:3, 237-248*.
- Wolf M., Goldberg O'Rourke, Gidney C., Lovett M., Cirino P., & Morris R. (2002). The second deficit: An investigation of the independence of phonological and naming speed deficits in developmental dyslexia. *Reading and Writing 15, 43-72*.